ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ.

I. ВВЕДЕНИЕ В АНАЛИЗ.

1. Понятие множества. Операции над множествами. Числовые множества. Числовые промежутки. Окрестность точки.
2. Определение функции. Способы задания функций. График функции. Примеры кривых, заданных явно, неявно и параметрически.
3. Полярная система координат. Примеры кривых, заданных в полярной системе координат.
4. Простейшие элементарные функции, их свойства и графики.
5.Определение элементарной функции. Классификация элементарных функций.
6. Числовая последовательность. Определение предела числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.
7. Определение предела функции . Теоремы об ограниченности функций, имеющих конечный предел. Односторонние пределы.
8. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций.9. Терема о связи между функцией. еѐ пределом и бесконечно малой функцией.
10. Теоремы об алгебраических операциях с пределами и о переходе в неравенствах к пределу.
11. Первый и второй замечательные пределы. Различные формы записи второго замечательного предела.
12. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших функций. Порядок б.м. и б.б. относительно х.
13. Эквивалентные б.м. Теоремы о свойствах эквивалентных б.м. .
14. Непрерывность функции в точке. Различные определения непрерывности. Односторонняя непрерывность.
15. Основные теоремы о непрерывных функциях: непрерывность простейших элементарных функций; алгебраические операции с непрерывными функциями; непрерывность сложной и обратной функций; непрерывность элементарной функции.
16. Классификация точек разрыва функции.
17.Свойства функций, непрерывных на отрезке. Формулировка теорем Вейерштрасса и Больцано – Коши.

II. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ,

18.Определение производной, еѐ механический и геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой на плоскости.
19. Основные правила дифференцирования функций, заданных явно, неявно и параметрически.
20.Приращение и дифференциал функции. Дифференцируемость функции. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
21.Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал суммы, произведения и частного двух функций.
22. Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Роля, еѐ геометрическая интерпретация; Теорема Лагранжа и следствия из теоремы ; теорема Коши.
23. Производные и дифференциалы старших порядков от функций , заданных явно и параметрически.
24. Правило Бернулли – Лопиталя. Раскрытие неопределѐнностей.
25. Формула Тейлора. Многочлен Тейлора и остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа.
26. Формула Маклорена. Вывод формулы Маклорена для некоторых элементарных функций.
27. Возрастание и убывание функции. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания.
28.Экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
29. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба графика функции. Необходимые и достаточные условия выпуклости, вогнутости и существования точки перегиба.
30. Асимптоты кривых. Условие существования вертикальных , горизонтальных и наклонных асимптот.

III. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.

31. Первообразная и неопределѐнный интеграл. Простейшие свойства неопределѐнного интеграла.
32. Основные методы интегрирования функций: непосредственное интегрирование, интегрирование заменой переменного и подстановкой, интегрирование по частям.
33. Простейшие рациональные дроби. Интегрирование простейших рациональных дробей.
34. Разложение многочлена на множители. Разложение

правильной рациональной дроби на простейшие методом неопределѐнных коэффициентов. Алгоритм интегрирования рациональных дробей.

35.Интегрирование тригонометрических функций.

36. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.

37.Определѐнный интеграл. Геометрическая интерпретация. Условие интегрируемости функции. Свойства определѐнного интеграла. Теорема о среднем.

38.Интеграл с переменным верхним пределом. Производная интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона – Лейбница.

39. Вычисление определѐнного интеграла методом замены переменного и по частям.

40.Несобственные интегралы первого рода. Определение. Свойства. Признаки сходимости.

41. Применение определѐнного интеграла для решения задач геометрии и физики.